



Guía Conceptual de Procesos Infinitos

Tema: Sucesiones, entorno, series

Montoya

CONCEPTOS PREVIOS:

Es un conjunto de números que obedecen a una ley de formación. En general es una función del tipo : $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

Ejemplo : $a_n = \frac{2n+4}{n} = 6, 4, \frac{10}{3}, 3, \dots$

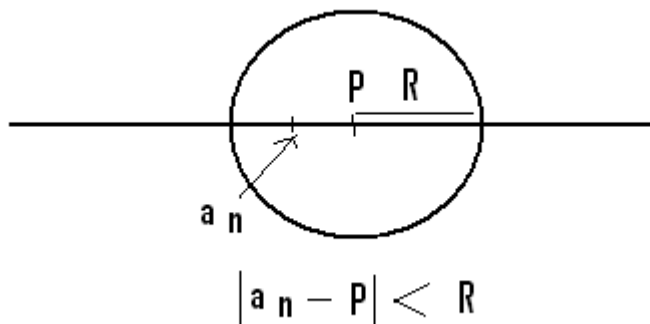
SUCESION CRECIENTE: $\forall a_n; a_{n+1} > a_n$

SUCESION DECRECIENTE: $\forall a_n; a_{n+1} < a_n$

Un numero en una sucesión: $|a_n - P| < R$, P pertenece al entorno de centro P y radio R

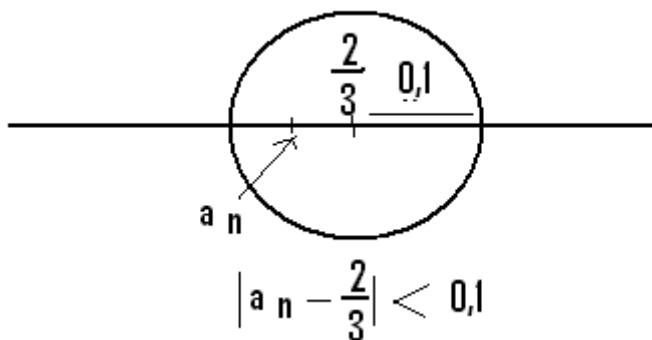
Si la distancia del termino al centro P del entorno es menor que el radio R de este.

Gráficamente:



Ejemplo: ¿Qué termino de la sucesión $a_n = \frac{2n-1}{3n+2} \in \left[\frac{2}{3}, 0,1 \right]$

Gráficamente:



$$\left| \frac{2n-1}{3n+2} - \frac{2}{3} \right| < 0,1$$

$$\left| \frac{3(2n-1) - 2(3n+2)}{9n+6} \right| < 0,1$$

$$\left| \frac{6n-3-6n-4}{9n+6} \right| < 0,1$$

$$\left| \frac{-7}{9n+6} \right| < 0,1$$

$-0,1 < \frac{-7}{9n+6} < 0,1$, de donde hay que resolver:

$$\frac{-1}{10} < \frac{-7}{9n+6} \quad \text{y} \quad \frac{-7}{9n+6} < \frac{1}{10}$$

$$n > \frac{64}{9} \quad \text{y} \quad n < \frac{-76}{9} \quad (\text{soluci3n imposible, pues el numero de t3rminos debe ser positivo.})$$

Entonces de la primera desigualdad se concluye que a partir del octavo termino, todos los dem3s se concentraran en el entorno indicado.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Calcule el t3rmino general de las sucesiones geom3tricas siguientes.

1.1.- 3,6,12,24,48.....

1.2.- 27,9,3,1,1/3 , 1/9.....

1.3.- 0,1 , 0,001 , 0,0001 ,

1.4.- 1/2 , 1/4 , 1/8 ,

2.- calcule el termino a_{20} de la sucesi3n: 5, 10, 15, 20.....

3.- calcule el t3rmino a_{18} de la sucesi3n 1, 3/2, 4/2.....

4.- hallar el t3rmino que ocupa el d3cimo lugar en la sucesi3n:

$$1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots\dots\dots$$

5.- completa los t3rminos que faltan en las sucesiones.

5.1.- 7,10.....16 ,.....,22,25

5.2.-,-3, -5, -7,, -11.....

5.3.- 1/3 ,,3,9,.....81

5.4.- -5,-3,.....1,.....,5

6.- calcula los 10 primeros t3rminos de las sucesiones de t3rmino general: $a_n = n^2 + 3$

7.- dada la sucesi3n $a_n = \frac{2n^2 + 1}{n + 3}$, calcule: a_1, a_5, a_{11}

8.- si $a_n = (-1)^n (n + 1)$. Hallar los t3rminos a_2, a_7 y a_{10}

9.- escribe los cuatro primeros t3rminos de la sucesi3n cuyo t3rmino general

$$\text{es. } a_n = \frac{(n+1)}{n}$$

10.- hallar los seis primeros términos de las sucesiones dadas por el término general siguiente:

$$10.1.- a_n = \frac{(3n+2)}{n} \quad 10.2.- b_n = \frac{(n^2+1)}{n} \quad 10.3.- c_n = \frac{2^n}{2^{n+1}}$$

$$10.4.- d_n = \frac{(n^2+2n-3)}{n+1} \quad 10.5.- e_n = \frac{n!}{n^2} \quad 10.6.- f_n = \frac{2^n}{n!}$$

11.- calcule el término que ocupa el lugar 15 de la sucesión cuyo término general es:

$$a_n = \frac{2-n^2}{n^2-1}$$

12.- halle la expresión del término general de las siguientes sucesiones:

- 12.1.- 1,-3,5,-7,9.....
- 12.2.- 1,4,9,16,25.....
- 12.3.- 1,2,4,8,16.....
- 12.4.- 1,4,7,10.....
- 12.5.- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
- 12.6.- $\frac{5}{3}, \frac{10}{9}, \frac{20}{27}, \frac{40}{81}, \dots$
- 12.7.- 2, 5, 10, 17, 26, 37.....
- 12.8.- $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

13.- escribe los diez primeros términos de las sucesiones cuyos términos generales son.

$$13.1.- a_n = 6 - 3n \quad 13.2.- a_n = \frac{(2n+1)}{n} \quad 13.3.- a_n = \frac{2n-4}{n+1}$$

$$13.4.- a_n = n^2 + 3n + 1 \quad 13.5.- a_n = \frac{3n+1}{4n+5}$$

14.- dada la siguiente sucesión, de término general $a_n = \frac{(2n^2+n+3)}{n+1}$, hallar x, sabiendo que $a_x = \frac{108}{8}$

15.- con las sucesiones de términos generales. $a_n = 3n, b_n = \frac{1}{2n}, c_n = \frac{n+1}{2n}$

Determine:

$$15.1.- a_n + b_n \quad 15.2.- a_n \times b_n$$

16.- con las sucesiones $a_n = \frac{(3n+2)}{n}, b_n = \frac{(n^2+1)}{n}, c_n = \frac{2^n}{2^{n+1}}$

$$d_n = \frac{(n^2+2n-3)}{n+1}, e_n = \frac{n!}{n^2}, f_n = \frac{2^n}{n!} \text{ Determine:}$$

16.1.- $a_n + b_n$ 16.2.- $c_n - e_n$ 16.3.- $f_n + c_n$
 16.4.- $a_n \times c_n$ 16.5.- $3c_n$ 16.6.- $f_n : a_n$

17.- Indica cual o cuales de las sucesiones dadas por sus términos generales, tienen sucesión inversa.

17.1.- $a_n = 6 - 3n$ 17.2.- $b_n = \frac{2n+1}{n}$ 17.3.- $b_n = \frac{2n-4}{n+1}$

17.4.- $d_n = n^2 + 3n - 1$

18.- dada la sucesión:

$a_n = 9, 11, 13, 15, 17, 19, \dots$.calcule la sucesión: $3a_n$

19.- escribe dos sucesiones, una creciente y otra decreciente.

20.- Inventa tres sucesiones estrictamente decrecientes.

21.- dadas las sucesiones de términos general:

$a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ $b_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n$ $c_n = -\left(\frac{3}{2}\right)^n$
 $d_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ $e_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$ $f_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n$

Indique y explique por que:

- 21.1.- ¿Cuáles están acotadas superiormente?
- 21.2.- ¿Cuáles están acotadas inferiormente?
- 21.3.- ¿Cuáles están acotadas?

22.- determina si las sucesiones siguientes dadas por sus términos generales, están acotadas.

$a_n = \frac{n+1}{n}$ $b_n = \frac{1-n}{2n}$ $c_n = \frac{n+1}{2n}$ $d_n = \frac{1-n}{5n}$

23.- halle una cota superior de las sucesiones:

23.1.- 5,5,2,5,23,5,232,5,2323.....

23.2.- 1,1,1 , 1,01, 1,001.....

24.- calcula una cota inferior de las sucesiones:

24.1.- -1,-1,4 , -1,43 , -1,433 , -1,4333.....

24.2.- 2 , 2,1 , 2,01 , 2,001 ,.....

25.- estudie si la sucesión de término general $a_n = \frac{3n}{n+1}$, es creciente o decreciente.

26.- demuestra que la sucesión de termino general $a_n = \frac{1}{n+2}$ esta acotada.

27.- demuestra que 3 o cualquier número mayor que 3 es una cota de la sucesión de término general $a_n = \frac{3n-1}{n+1}$ $a_n = 3 + \frac{1}{n}$

28.- en la sucesión de término general $a_n = 3 + \frac{1}{n}$, halla un término a partir del cual todos los siguientes disten de 3 menos de una milésima. Ídem, en menos de $\frac{1}{170}$

29.- dada la sucesión de término general $a_n = \frac{6n+1}{6n}$

29.1.- ¿Se puede encontrar un término a partir del cual todos los siguientes disten de 1 menos de 0,8?

29.2.- ¿Qué términos distan de 1 menos de 2/3?

30.- Calcula que términos de la sucesión $a_n = \frac{2n-1}{3n+2}$ pertenecen al entorno:

30.1.- con centro 2/3 y radio 0,1

30.2.- y al entorno $E(\frac{2}{3}, 0,001)$

31.- ¿Qué términos de la sucesión dada por $a_n = \frac{n^2+1}{4}$ son mayores que 1 millón?

32.- determina si son convergentes, divergentes u oscilantes las siguientes sucesiones:

32.1.- 0,7 , 0,77 , 0,777.....

32.2.- 2 , 2,5 , 2,57 , 2,575

32.3.- 1 , 3 , 2 , 1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 2 , 1 , 0 , 1.....

32.4.- 1 , 1,4 , 1,41 , 1,414 , 1,4142.....

32.5.- -1 , 1 , -2 , 2 , -1 , 1 , -2 , 2 ,

32.6.- $a_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$

32.7.- $a_n = \frac{n-3}{n+4}$

32.8.- $a_n = \frac{n}{n^3}$

32.9.- $a_n = \frac{(-1)^{2n} \times 3}{2n}$

32.10.- $a_n = 2n^2 - 5$

32.11.- $a_n = (n+1)(n-2)$

33.- ¿Cuántos términos de las sucesiones dadas quedan fuera de los entornos que se indican para cada una de ellas?

33.1.- $a_n = \frac{5n-6}{n+13}$, en el entorno $E(5, 0,01)$

33.2.- $a_n = \frac{n-3}{2n}$, en el entorno $E(\frac{1}{2}, 0, 1)$

33.3.- $a_n = \frac{4n-2}{9n+5}$, en el entorno $E(\frac{4}{9}, 0, 01)$

Respuestas:

1.- $3 \cdot 2^{n-1}$, $27\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$, $4(-1)^{n-1}$

0,1 $\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$, $2 \cdot 2^{n-1}$, $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

2.- 100

3.- $19/2$

4.- $\frac{1}{2^9}$

5.- 7 , 10 , 13 , 16 , 19..... , -1 , -3 , -5.....

$1/3$, 1 , 3 , 9 ,.....

-5 , -3 , -1

6.- 4,7,12,19.....

7.- $\frac{3}{4}$, $51/8$, $243/14$,

8.- 3 , -8 , 11

9.- 2 , $3/2$, $4/3$, $5/4$

10.- 5 , $7/2$, $9/3$

$2,5/2$, $10/3$, $17/4$

$1/2$, $1/2$, $1/2$

$0,5/3$, 3.....

1 , $1/2$, $2/3$

2,2 , $4/3$, $2/3$

11.- $-223/224$

12.- $(-1)^{n+1}(2n-1)$, n^2 , 2^{n-1} , $1+(n-1) \cdot 3=3n-2$, $\frac{n}{n+1}$, $\frac{5n}{3^n}$, n^2+1

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^{n-1}}$,

13.- 3,0,-3,-6,-9.... , $3,5/2$, $7/3$, $9/4$, $11/5$, -1,0,1/2 , $4/5$, 1.....

5,11,19,29,41..... , $4/9$, $7/13$, $19/17$, $13/21$, $16/25$

14.- séptimo termino.

15.- se deja al lector.

$$16.- \frac{n^2 + 2n + 4}{n}, \frac{n^2 2n!}{2n^2}, \frac{2^{n+1} + n!}{2n!}, \frac{3 + 2n}{2n}, 3/2, \frac{2^n}{(n+1)!(3n+2)}$$

17.- no tiene sucesión inversa, tiene inversa $\frac{n}{2n+1}$, no tiene inversa, tiene inversa

$$\frac{1}{n^2 + 3n - 1}$$

18.- 27,33,39,45.....

19.- Sucesión creciente: $2n+1$, sucesión decreciente: $2/n$

$$20.- \frac{3n}{n^2 + 1}, \frac{n+1}{n^3}, \frac{3n}{n^4 + 2n + 6}$$

21.- acotada superiormente: c_n, d_n, e_n, f_n

Acotadas inferiormente a_n, e_n, f_n, d_n

Acotadas: e_n, f_n, d_n

22.- a_n esta acotada, ya que: $-1 \leq a_n \leq 2$

$$\text{Pues } 1 \leq \frac{n+1}{n} \leq 2 \Rightarrow n \leq n+1 \leq 2n$$

23.- 6, 2

24.- -2, 2

25.- es creciente

26.- $0 \leq a_n \leq 1$

27.- se deja al lector.

28.- a partir del término 100, a partir del término 170,

29.- todos los términos.

30 desde el octavo término en adelante, desde el término 778

31.- a partir del 2000

32.- converge a 0,7

Converge a 2,5757

Oscilante.

Converge con límite $\sqrt{2}$

Oscilante.

Converge a 0

Converge a 1

Converge a 0

Converge a 0

Divergente

Divergente

33.- 7087 términos

15 términos

46 términos.