



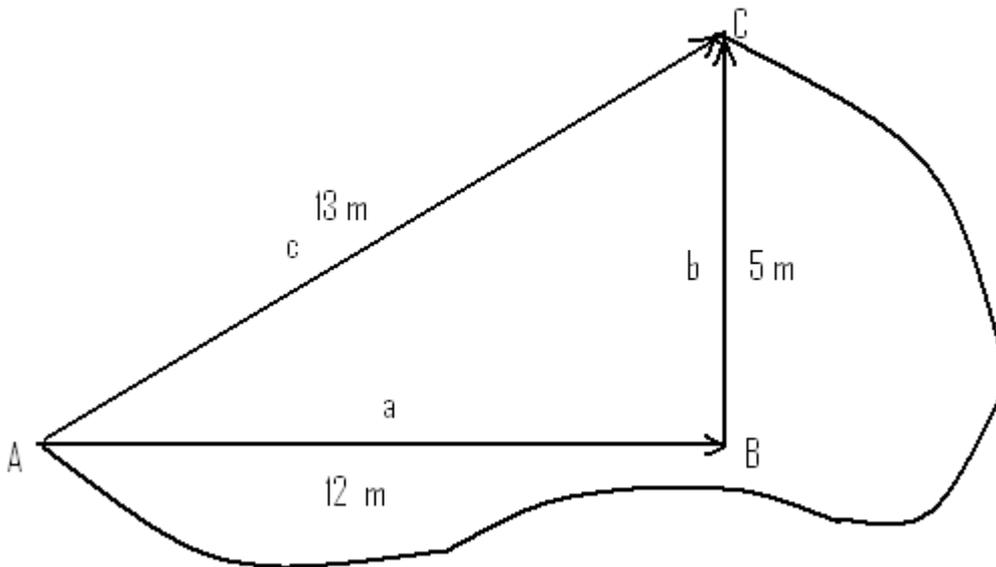
Conceptos previos

Existen ciertas magnitudes que quedan perfectamente determinadas cuando se conoce el nombre de una unidad y el número de veces que se ha tomado. Estas unidades se llaman escalares (tiempo, volumen, longitud, temperatura, energía).

En cambio hay otras que para quedar bien definidas es necesario además de lo anterior, conocer el sentido, la dirección, y el punto donde actúan. Estas magnitudes se llaman vectoriales (desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza, torque, intensidad de campo, etc.)

La magnitud vectorial más simple es el desplazamiento (cambio de posición de un punto a otro de una partícula o de un cuerpo)

Ejemplo



Una persona se quiere desplazar desde el punto A hasta el punto C, para ello puede seguir:

- 1.- el camino ABC
- 2.- El camino directo c
- 3.- El camino indicado por la curva

Cualquiera de ellos representa una trayectoria

La magnitud de la distancia recorrida para ir de A hasta C, el camino recorrido.

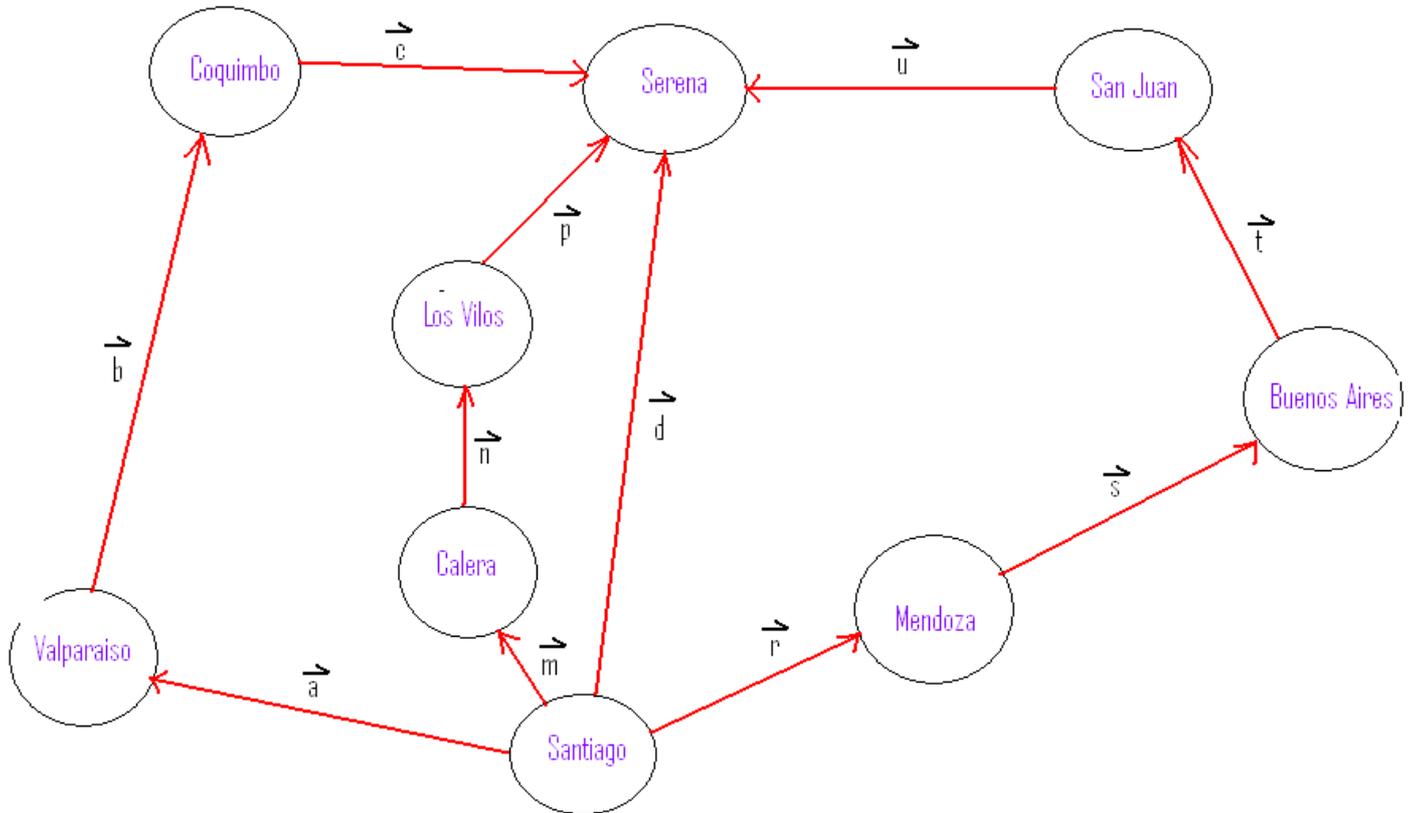
El desplazamiento está representado por el vector AC

Otro ejemplo:

Para trasladarse una persona de Santiago a la Serena puede hacerlo por diferentes medios y diferentes trayectos, pero por cualquiera que siga, su desplazamiento es el mismo: de Santiago a Serena. En cambio al regresar el desplazamiento no es el mismo, pues ha cambiado el sentido (ha conservado la dirección y el modulo). además este ejemplo nos indica que el desplazamiento

$$\vec{d} \rightarrow = \vec{a} \rightarrow + \vec{b} \rightarrow + \vec{c} \rightarrow$$

Análogamente: $\vec{d} \rightarrow = \vec{r} \rightarrow + \vec{s} \rightarrow + \vec{t} \rightarrow + \vec{u} \rightarrow$



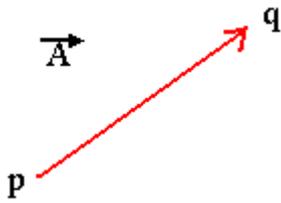
Además se pueden elegir otras opciones para desplazarse desde Santiago a la Serena.

Los ejemplos indican además la manera de sumar dos o más vectores.

A) CANTIDAD ESCALAR: Son cantidades que necesitan solamente la magnitud para ser identificadas completamente. Ej.: tiempo(4 horas),longitud(6mts.), masa(56kg.), volumen(7mts.cúbicos)

B) CANTIDAD VECTORIAL: Son cantidades que necesitan, aparte de la magnitud, dirección y sentido para quedar completamente identificadas. Ej.: Peso (magnitud (50N)), dirección (vertical), sentido (hacia el centro de la tierra), velocidad (magnitud (45km/h)), dirección (horizontal), sentido (hacia el norte).

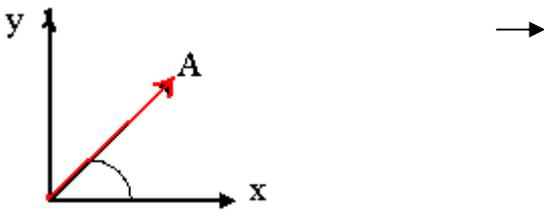
Un vector se representa por un segmento de recta dirigida, donde p se llama origen de A y que se llama extremo de A.



Los vectores tienen tres características:

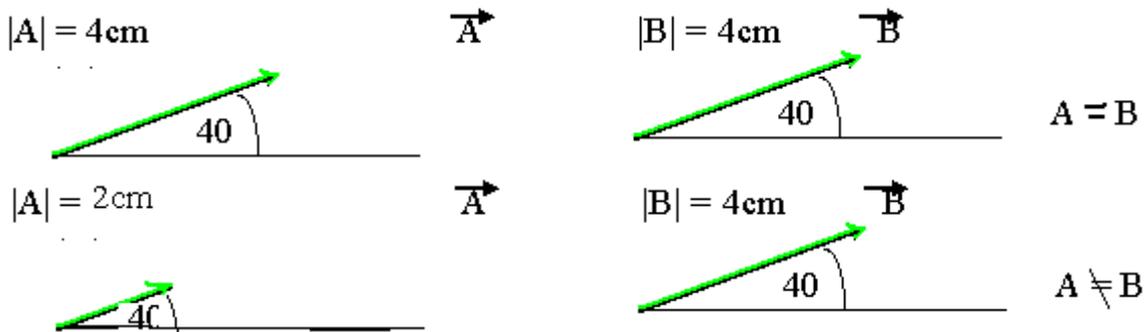
1. - **Magnitud:** Es el largo de la flecha, se expresa con un número y la unidad correspondiente. Ej.: 30 Km, 4 cm., 45 Kg.

2.-**Dirección:** Es el ángulo que forma el vector con una recta elegida en forma arbitraria. El ángulo que mide la dirección del vector se determina siguiendo el sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj.



3. **Sentido:** Es el punto hacia el cual se dirige el vector. (Puntos cardinales)

Para que dos vectores sean iguales, deben tener igual magnitud, dirección y sentido, si una de ellas no se cumple los vectores dejan de ser iguales.



Vector cero o nulo

Este vector tiene magnitud cero, posee todas las direcciones y sentidos, se representa a través de un punto (.) O.

Vector unitario

Este vector tiene magnitud 1 y se define $\hat{e}_A = \vec{A} / |\vec{A}|$

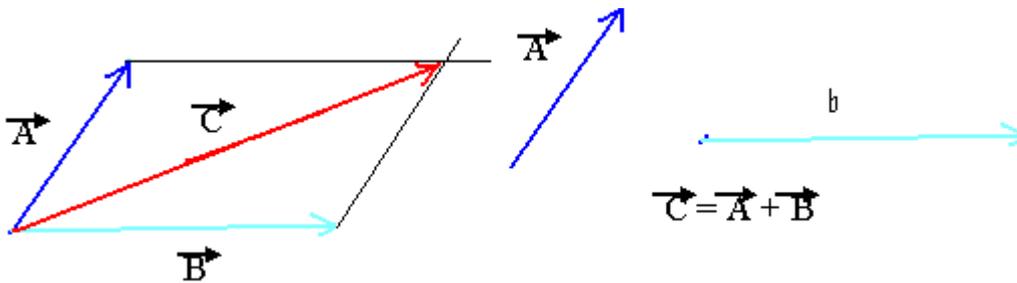
\vec{A}

(En este caso \hat{e}_A tiene la dirección y sentido de A)

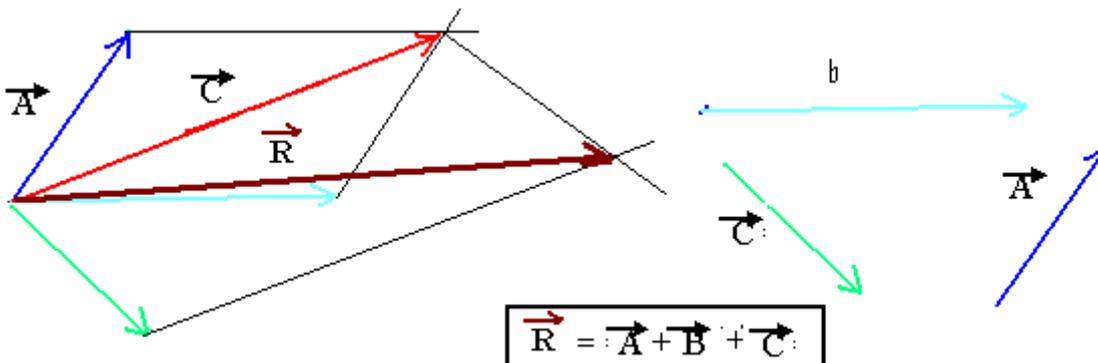
Suma Vectorial

Para sumar vectores tenemos dos métodos:

- a) **Método del paralelogramo:** Sean dos vectores cualesquiera no paralelos entre sí, el vector resultante equivalente en magnitud, dirección y sentido a la diagonal del paralelogramo, cuyos lados son los vectores dados.



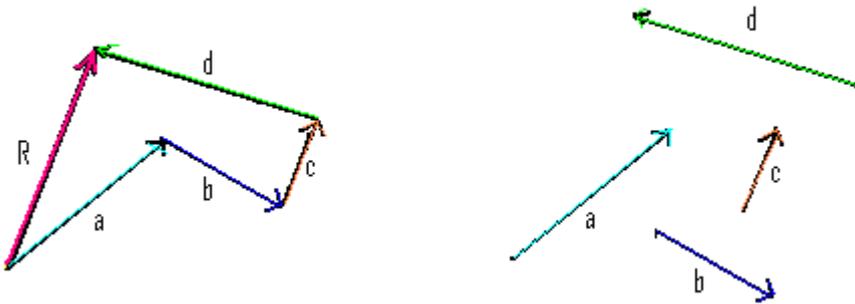
Quando se tienen tres o más vectores se aplican el método a dos de ellos, repito nuevamente el método entre la diagonal y el otro vector y así sucesivamente hasta lograr el vector resultante.



b) Método del polígono Permite sumar varios vectores, consta de los siguientes pasos:

- 1) Se dibuja una línea de referencia.
- 2) A partir del origen de la línea de referencia se copia el primer vector.
- 3) A partir del extremo libre del primer vector se dibuja el segundo vector.
- 4) A partir del extremo libre del segundo vector se dibuja el tercer vector.
- 5) Se continúa hasta llegar al último vector.
- 6) La resultante se obtiene uniendo el origen de la línea de referencia y el extremo libre del último vector.

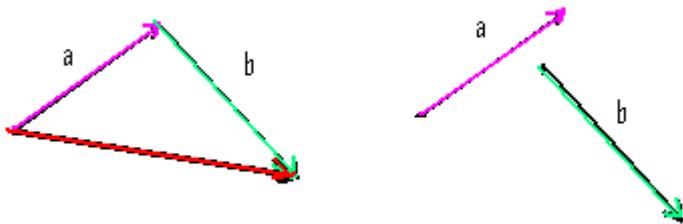
Ej.:



R

Un caso particular del método del polígono es el método del triángulo que se utiliza para sumar dos vectores.

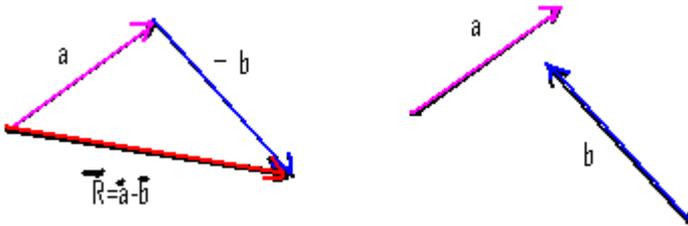
Ej.:



Resta o Diferencia de Vectores

Al Restar dos vectores se obtiene un nuevo vector, (el signo menos cambia la dirección y el sentido del vector, pero no su magnitud)

Ej.:

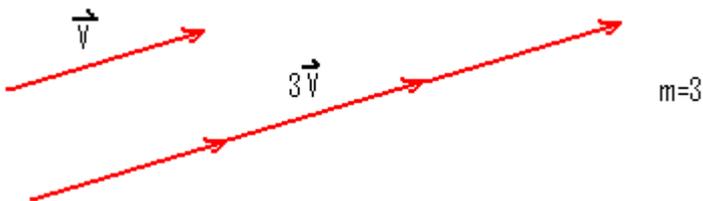


Multiplicación de un escalar por un vector

Sea A un vector y m un escalar, entonces $m \cdot A$ se define de la siguiente forma:

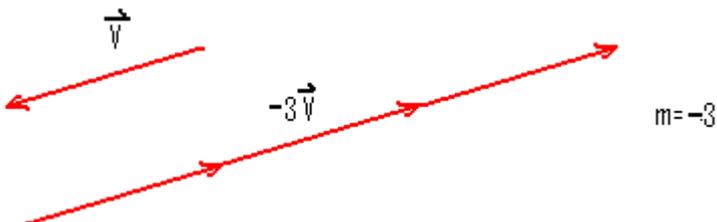
1) Si el escalar $m > 0$, (positivo), y A diferente de 0 vector, el sentido de $m \cdot A$ es el dado por A

Ej.:



2) Si el escalar $m < 0$, (negativo), y A diferente de 0 vector, el sentido de $m \cdot A$ es el opuesto de A

Ej.:



3) Si $m = 0$ y el vector A diferente de 0, implica que $m \cdot A$ es 0 vector

LAS COMPONENTE DE UN VECTOR

Se define como su valor efectivo en una dirección dada .Por ejemplo la componente X de un desplazamiento es el desplazamiento paralelo al eje OX producido por el mismo desplazamiento. Un vector se puede considerar como la resultante de sus vectores componentes a lo largo de una dirección específica .Es costumbre y de gran utilidad, separar un vector en sus partes componentes a lo largo de direcciones mutuamente perpendiculares (componentes rectangulares)

METODO DE COMPONENTES PARA SUMAR VECTORES: cada vector se descompone en sus componentes en las direcciones x, y z , tomando las componentes las direcciones asociadas a los signos de los respectivos ejes .Conocidas las componentes se puede calcular la magnitud de la resultante con la ecuación:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

En dos dimensiones el ángulo que forma la resultante con el eje OX(dirección) se puede calcular con la relación

$$\text{tag } \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

LOS VECTORES UNITARIOS: i, j k se asignan a los ejes OX, OY, OZ, respectivamente. Un vector +3i representa un vector de 3 unidades de magnitud en la dirección +OX, mientras que un vector -5k representa a un vector de 5 unidades de magnitud en la dirección -OZ.

Un vector R que tenga en las direcciones x, y, z. componentes R_x, R_y, R_z , respectivamente se puede escribir como $R = R_x i + R_y j + R_z k$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1.- Utilice el método del paralelogramo para calcular lo que se indica, de acuerdo a los vectores que se indican (vectores libres)

Determine gráficamente, haciendo las traslaciones correspondientes en su cuadrícula:

1.- $\vec{a} + \vec{d}$

2.- $\vec{b} + \vec{c}$

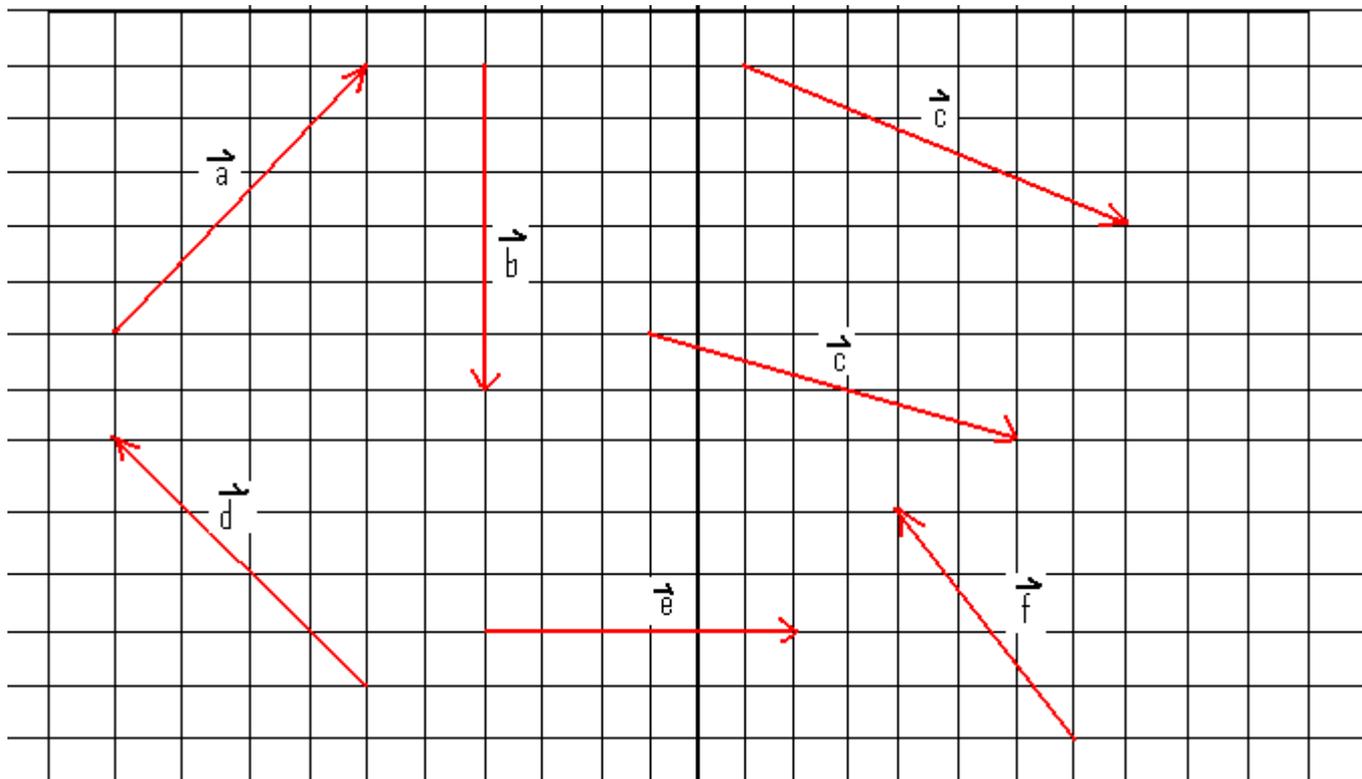
3.- $\vec{f} - \vec{e} + \vec{f}$

4.- $\vec{c} + \vec{b} - \vec{b}$

5.- $\vec{c} + \vec{f} - \vec{e} + \vec{a}$

6.- $\vec{e} - \vec{c} + \vec{d} - \vec{b}$

7.- $\vec{a} + \vec{c} - \vec{d} - \vec{f}$



2.- Utilice el método gráfico para encontrar la resultante de los desplazamientos 2 m a 40° y 4 m a 127° , midiendo los ángulos respecto a la dirección positiva del eje OX.

3.- Calcular las componentes x e y de un desplazamiento de 25 m y que forma un ángulo de 210° con la dirección positiva del eje OX.

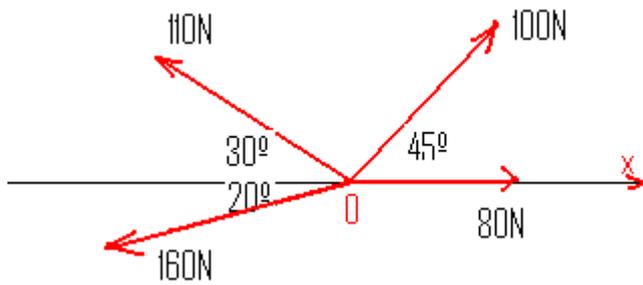
$$-21.7 \text{ m} , -12.5 \text{ m}$$

4.- Resolver el problema 2 utilizando las coordenadas rectangulares.

$$4.57 \text{ m} , 101^\circ$$

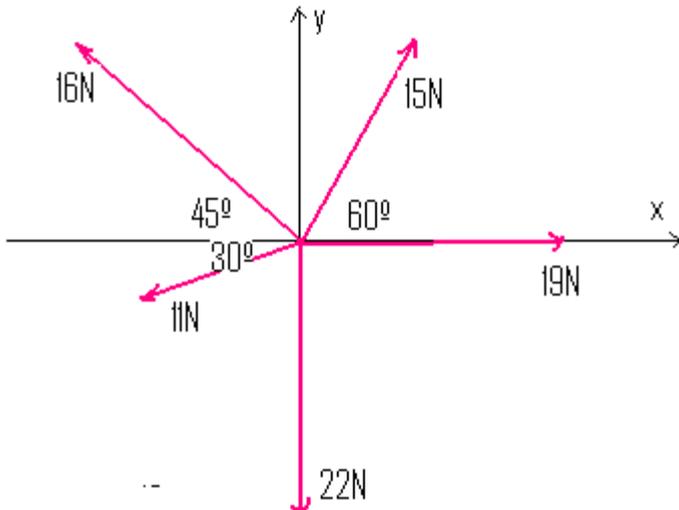
5.- Utilice el método del paralelogramo para sumar las siguientes fuerzas vectoriales: 30N a 30° y 20N a 140°

6.- Cuatro fuerzas coplanares actúan sobre un cuerpo en un punto O como se muestra en la fig. Encontrar la resultante por el método gráfico



7.- Las cinco fuerza mostradas en la fig. actúan sobre un objeto .Encontrar la resultante.

$$6.5\text{N} , 331^\circ$$



8.- Resolver el problema 6 por el método de componentes.

$$18\text{N} , 143^\circ$$

9.- Una fuerza de 100N forma un ángulo θ con el eje OX y tiene una componente vertical de 30N.Calcule

9.1.- La componente horizontal de la fuerza resultante.

9.2.- La dirección de la fuerza.

$$95.4\text{N} , 17.5^\circ$$

10.- Un niño jala un trineo con una cuerda aplicando una fuerza de 60N .La cuerda forma una ángulo de 40° con respecto al piso .Calcular:

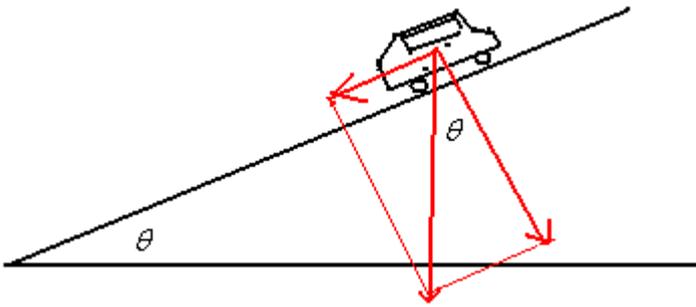
10.1.- El valor efectivo de la componente horizontal del jalón que tiende a poner en movimiento al trineo en dirección paralela al piso.

10.2.- Calcular la fuerza que tiende a levantar verticalmente el trineo.

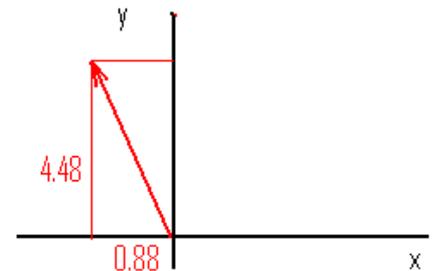
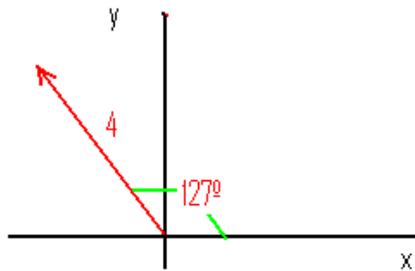
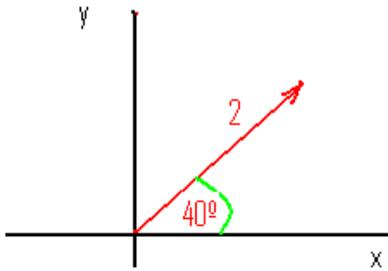
$$46\text{N} , 39\text{N}$$

11.- Un carro cuyo peso es W se encuentra en una rampa que forma un ángulo θ con la horizontal .¿Que tan grande es la fuerza perpendicular que debe resistir la rampa para que no se rompa bajo el peso del carro?

$$W\cos\theta$$



12.- Representar analíticamente en función de los vectores unitarios los vectores que se indican en cada grafico.



13.- Tres fuerzas que actúan sobre una partícula están dadas por: $F=(20i-36j+73k)$ N , $F'=(-17i+21j-46k)$ N , $F''=-12k$ N .Encontrar las componentes de la resultante, y calcular la magnitud de la resultante.

$$(3N , -15N , 15N , R= 3i-15j+15k , 21.4N)$$

14.- Un bote puede navegar con una rapidez de 8 km/h en agua tranquila en un lago. En el agua corriente de un río, en su movimiento relativo respecto a la corriente se puede mover a 8 km/h .Si la rapidez del rio es de 3 km/h .¿Que tan rápido se mueve el bote respecto a un árbol que se encuentra en la ribera cuando viaja

14.1.- contra la corriente.

14.2.- a favor de la corriente?

$$(5 \text{ km/h} , 11 \text{ km/h})$$

15.- Un avión viaja en dirección Este con una rapidez de crucero de 500 km/h .Si el viento sopla en dirección Sur con una rapidez de 90 km/h .¿Cual es la rapidez relativa del avión respecto a Tierra?

$$(508 \text{ km/h} , 10.2^\circ \text{ en dirección Sureste})$$

16.- Un insecto empieza en un punto A , se arrastra 8.0 cm. al Este , 5.0 cm. al Oeste , y 4.0 cm. al Norte hasta un punto B .

16.1.- ¿Qué tan rápido se encuentra el punto B del A en dirección Norte y dirección Este?

16.2.- Calcular el desplazamiento de A a B en forma grafica y analítica.

$$(5.0 \text{ cm. al Este} , -1.0 \text{ cm. al Norte}, 5.10 \text{ cm. a } 11.3^\circ \text{ al Sureste})$$

17.- Calcular las componentes x e y de los siguientes desplazamientos en el plano xy:

17.1.- 300cm a 127°

17.2.- 500 cm. a 220° .

(-180 cm. , 240 cm. ; -383 cm. , -3241 cm.)

18.- Dos fuerzas actúan sobre un objeto puntual de la siguiente forma: 100N a 170° y 100N a 50° .Calcular la resultante.

(100N a 110°)

19.- Partiendo del origen del sistema de coordenadas, se realizan los siguientes desplazamientos en el plano xy (esto es, los desplazamientos son coplanares): 60 mm en dirección +y, 30 mm en dirección -x, 40 mm a 150° , y 50 mm a 240° .Calcular el desplazamiento resultante grafica y analíticamente.

(97 mm a 158°)

20.- Calcule analíticamente la resultante de las siguientes fuerzas coplanares: 100N a 30° ; 141N a 45° , y 100N a 240° .Compruebe su resultado aplicando el método grafico.

(151N a 25°)

21.- Calcule analíticamente la resultante de los siguientes desplazamientos coplanares : 20 m a 30° ; 40 m a 120° ; 25 m a 180° ; 42 m a 270° y 12 m a 315° .

(20 m a 197°)

22.- Dos fuerzas, de 80N y 100N que forman un ángulo de 60° entre si, empujan un objeto.

22.1.- ¿Qué fuerza reemplazara las dos fuerzas?

22.2.- ¿Qué fuerza (llamada equilibrante) balanceara a ambas fuerzas?

(156N a 34° respecto a la fuerza de 80N , 156°N a 214° respecto a la fuerza de 80N)